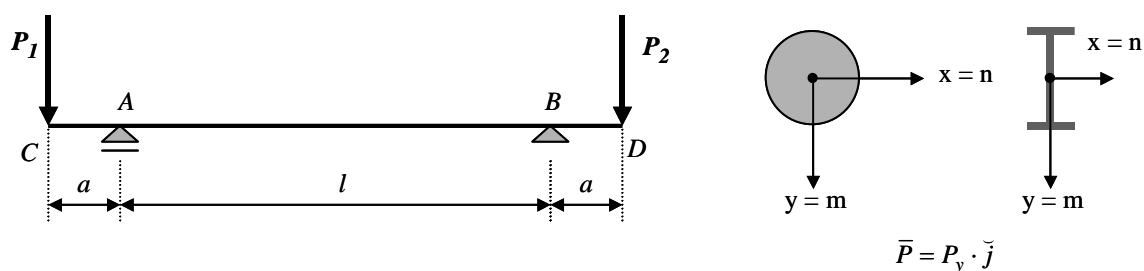


Ejercicio N° 1- Enunciado

Dada una viga de acero simplemente apoyada, con dos voladizos y cargada como se ilustra en la figura 1.1:

**Figura 1.1**

a	l	$P_1 = P_2$	σ_{adm}
cm	cm	kN	kN/cm ²
25	150	50	12

Tabla 1.1

De acuerdo con los datos indicados en la tabla 1.1, se solicita:

1. Dimensionar el tramo comprendido entre los apoyos, suponiendo que la línea de fuerzas m coincide con el eje principal y , de menor momento de inercia, en los siguientes casos.
 - 1.1. Sección circular.
 - 1.2. Perfil normal doble te (I).
2. Determinar cual de las secciones es más apropiada.
3. Trazar los diagramas de tensiones normales σ_z en cada uno de los casos.

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 3</i>	<i>1/2</i>
--	-------------	------------

Ejercicio N° 1- Resolución

1. Dimensionamiento del tramo AB

Para poder dimensionar deben realizarse los siguientes pasos previos

a. Análisis cinemático

Siendo para dicha barra:

$$gl = 3$$

y como se le ha impuesto a la misma tres condiciones de vínculo externo:

$$v_e = 3$$

En consecuencia se cumple que:

$$gl = v_e = 3$$

Es decir, la misma está isostáticamente sustentada, donde además no se observa una configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil A no pasa por el apoyo fijo B .

b. Cálculo de las reacciones de vínculo

Por razones de simetría

$$R_A = R_B = 50 \cdot kN$$

Estando ambas dirigidas hacia arriba.

c. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos

Esfuerzos de corte Q_{zy} :

$$Q_{zy}(C') = P_1 = 50 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(A') = Q_{zy}(C') = 50 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(A'') = P_1 - R_A = 50 - 50 = 0 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B') = Q_{zy}(A'') = 0 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B'') = Q_{zy}(A'') - R_B = 0 + 50 = -50 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(D') = Q_{zy}(B'') = -50 \cdot kN$$

Momentos flexores M_{fx} :

$$M_{fx}(C) = 0 \cdot kN \cdot cm$$

$$M_{fx}(A) = -P_1 \cdot a = -50 \cdot 25 = -1250 \cdot kN \cdot cm$$

$$M_{fx}(B) = -P_1 \cdot (a + L) + R_A \cdot L = -P_1 \cdot a = -1250 \cdot kN \cdot cm$$

$$M_{fx}(D) = 0 \cdot kN \cdot cm$$

$$M_{fx\max} = M_{fx}(A) = M_{fx}(B) = -1250 \cdot kN \cdot cm$$

En la figura 1.2 se muestran los correspondientes diagramas:

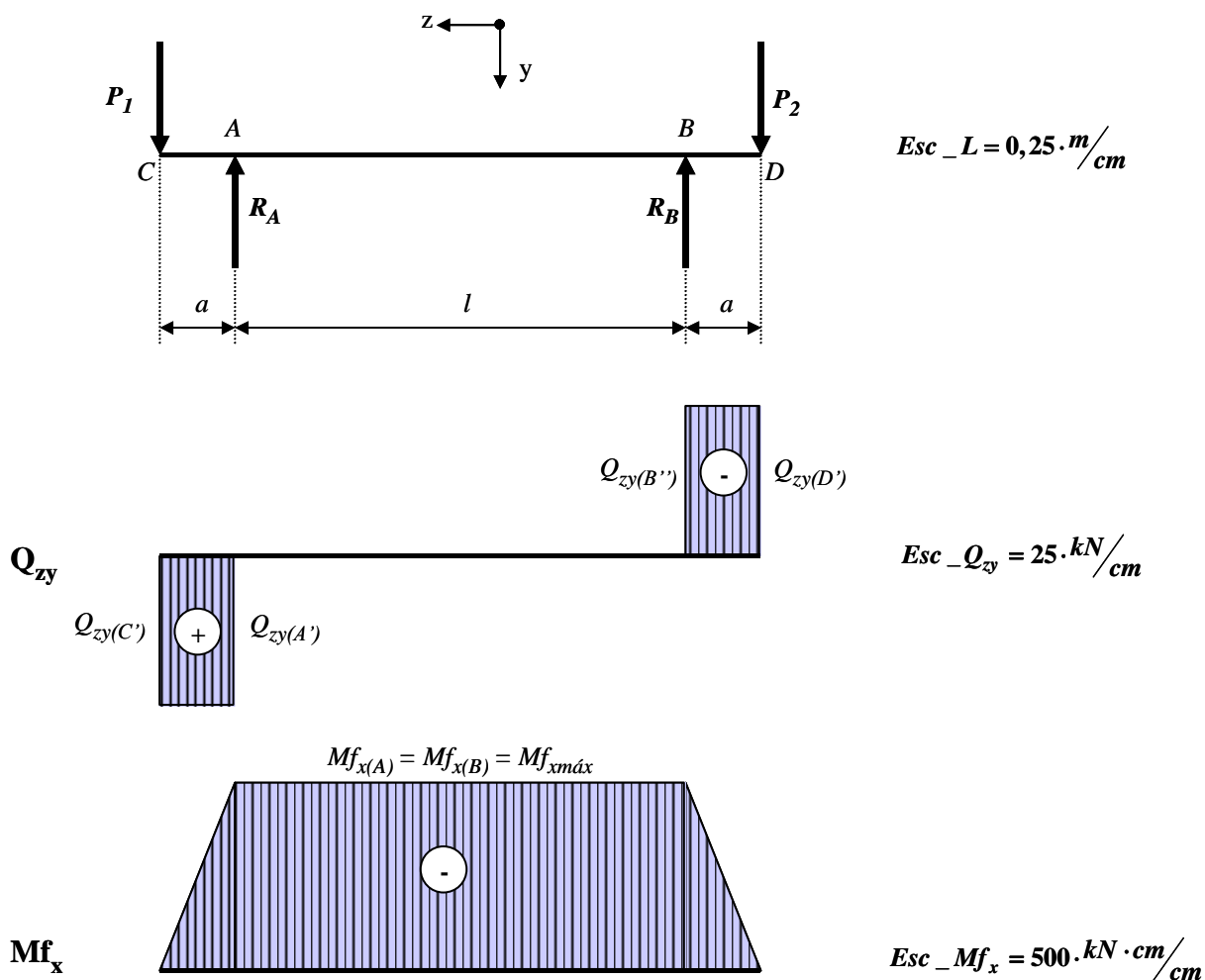


Figura 1.2

En definitiva, en el tramo comprendido entre los apoyos A y B, la barra está sometida a flexión simple, pues la única característica estática distinta de cero es M_{fx} .

d. Dimensionamiento

Para ambas secciones propuestas la flexión simple es normal, pues la línea de fuerzas m coincide con el eje principal de inercia y , que es el de menor momento de inercia. De esta forma, se logra el óptimo aprovechamiento de las mismas, pues al ser el eje neutro n conjugado de inercia de m , dicho eje n será el de mayor momento de inercia ($J_I = J_n$).

1.1. Dimensionamiento de la barra de sección circular

En el caso de la sección circular (figura 1.3), todos los ejes que pasan por $O = G$ son ejes principales de inercia, cumpliéndose para cada uno de ellos $J_I = J_{II}$.

En consecuencia, para esta sección puede hacerse coincidir la línea de fuerzas m con cualquier eje que pase por O .

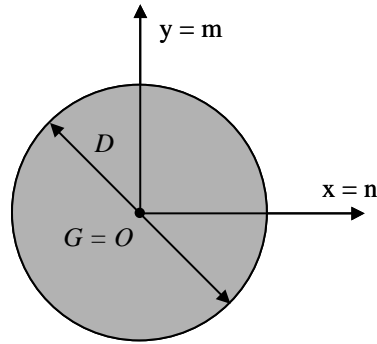


Figura 1.3

Para dimensionar debe cumplirse que

$$\sigma_{m\acute{a}x} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mf_{xm\acute{a}x}}{W_x}$$

En consecuencia:

$$\frac{Mf_{xm\acute{a}x}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (1)$$

Donde:

$$Mf_{xm\acute{a}x} = 1250 \cdot kN \cdot cm \qquad W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \qquad \sigma_{adm} = 12 \cdot \frac{kN}{cm^2}$$

De (1):

$$W_x \geq \frac{Mf_{xm\acute{a}x}}{\sigma_{adm}} = \frac{1250}{12} = 104,17 \cdot cm^3 \quad (2)$$

Es decir:

$$\frac{\pi \cdot D^3}{32} \geq 104,17 \cdot cm^3$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 104,17}{\pi}} = \sqrt[3]{1061,06} = 10,20 \cdot cm$$

Se adopta $D = 11 \cdot cm$

Por otro lado, se tiene que el peso unitario de la barra P_c será:

$$P_c = \gamma_a \cdot v_u$$

Siendo:

$$\gamma_a : \text{Peso específico del acero (} \gamma_a = 78,5 \cdot \frac{kN}{m^3} \text{)}$$

$$v_u : \text{Volumen unitario de la barra (} v_u = F \cdot 1 \text{)}$$

$$P_c = 78,5 \cdot \frac{\pi \cdot (0,11)^2}{4}$$

$$P_c = 0,746 \cdot \frac{kN}{m}$$

1.2. Dimensionamiento del perfil doble te ($y = m$)

Debe hacerse coincidir la línea de fuerzas m con el eje de momento de inercia J_{II} , que en este caso es el eje y (ver figura 1.4).

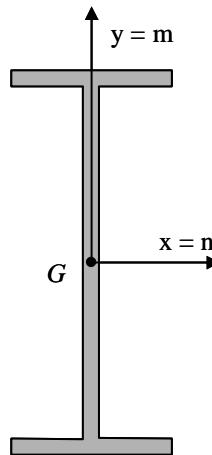


Figura 1.4

De acuerdo con las expresiones (1) y (2):

$$W_x \geq 104,17 \cdot cm^3$$

De la tabla de perfiles (tabla 1.2), **se adopta el perfil I N°16**, con un módulo resistente $W_x = 117 \cdot cm^3$ y un peso unitario $P_p = 0,179 \cdot \frac{kN}{m}$

2. Análisis de la sección más adecuada

El ahorro de material, en el caso del perfil doble te, respecto de la sección circular, puede expresarse por el cociente C_A , cuya expresión es la siguiente:

$$C_A = \frac{P_c}{P_p} = \frac{0,746}{0,179} = 4,17$$

Es decir, el peso de la barra circular es 4,17 veces mayor que el peso del perfil doble T. En consecuencia, y desde el punto de vista técnico-económico, la sección circular no resulta conveniente para barras sometidas a flexión simple.

Por otra parte, y a manera de análisis, cabe destacar que si se hubiese hecho coincidir en el caso del perfil doble te la línea de fuerzas m con el eje x de máximo momento de inercia J_I , se tendría:

$$W_y \geq 104,17 \cdot cm^3$$

2.2. Perfiles propiamente dichos y barras de acero laminado

2.2.1. Vigas I

2.2.1.1. Vigas I de ala estrecha, taluzada interiormente, serie I (laminada en caliente), según DIN 1025 hoja 1, Edición octubre 1963

F = Sección

G = Peso

U = Superficie exterior por m de pieza

J = Momento de inercia

W = Momento resistente

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ = Radio de giro

referido al
eje correspondiente de flexión

S_x = Momento estático de media sección de la I

$s_x = \frac{J_x}{S_x}$ Separación entre los centros de tracción y compresión

Datos sobre largos, ejemplos de designación, de pedidos, y tolerancias, ver capítulo 2.9.

Material : Preferentemente clases de acero según DIN 17 100

Designación I	Dimensiones en mm					F cm ²	G kg/m	U m ² /m	Para el eje de flexión						S _x cm ³	s _x cm
	h	b	s = r ₁	t	r ₂				x - x			y - y				
									J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y = i ₁ (min) cm		
80	80	42	3,9	5,9	2,3	7,57	5,94	0,304	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91	11,4	6,84
100	100	50	4,5	6,8	2,7	10,6	8,34	0,370	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07	19,9	8,57
120	120	58	5,1	7,7	3,1	14,2	11,1	0,439	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23	31,8	10,3
140	140	66	5,7	8,6	3,4	18,2	14,3	0,502	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40	47,7	12,0
160	160	74	6,3	9,5	3,8	22,8	17,9	0,575	935	117	6,40	54,7	14,8	1,55	68,0	13,7
180	180	82	6,9	10,4	4,1	27,9	21,9	0,640	1 450	161	7,20	81,3	19,8	1,71	93,4	15,5
200	200	90	7,5	11,3	4,5	33,4	26,2	0,709	2 140	214	8,00	117	26,0	1,87	125	17,2
220	220	98	8,1	12,2	4,9	39,5	31,1	0,775	3 060	278	8,80	162	33,1	2,02	162	18,9
240	240	106	8,7	13,1	5,2	46,1	36,2	0,844	4 250	354	9,59	221	41,7	2,20	206	20,6
260	260	113	9,4	14,1	5,6	53,3	41,9	0,906	5 740	442	10,4	288	51,0	2,32	257	22,3
280	280	119	10,1	15,2	6,1	61,0	47,9	0,966	7 590	542	11,1	364	61,2	2,45	316	24,0
300	300	125	10,8	16,2	6,5	69,0	54,2	1,03	9 800	653	11,9	451	72,2	2,56	381	25,7
320	320	131	11,5	17,3	6,9	77,7	61,0	1,09	12 510	782	12,7	555	84,7	2,67	457	27,4
340	340	137	12,2	18,3	7,3	86,7	68,0	1,15	15 700	923	13,5	674	98,4	2,80	540	29,1
360	360	143	13,0	19,5	7,8	97,0	76,1	1,21	19 610	1 090	14,2	818	114	2,90	638	30,7
380	380	149	13,7	20,5	8,2	107	84,0	1,27	24 010	1 260	15,0	975	131	3,02	741	32,4
400	400	155	14,4	21,6	8,6	118	92,4	1,33	29 210	1 460	15,7	1 160	149	3,13	857	34,1
425	425	163	15,3	23,0	9,2	132	104	1,41	36 970	1 740	16,7	1 440	176	3,30	1 020	36,2
450	450	170	16,2	24,3	9,7	147	115	1,48	45 850	2 040	17,7	1 730	203	3,43	1 200	38,3
475	475	178	17,1	25,6	10,3	163	128	1,55	56 480	2 380	18,6	2 090	235	3,60	1 400	40,4
500	500	185	18,0	27,0	10,8	179	141	1,63	68 740	2 750	19,6	2 480	268	3,72	1 620	42,4
550	550	200	19,0	30,0	11,9	212	166	1,80	99 180	3 610	21,6	3 490	349	4,02	2 120	46,8
600	600	215	21,6	32,4	13,0	254	199	1,92	139 000	4 630	23,4	4 670	434	4,30	2 730	50,9

Tabla 1.2

Vigas I de ala estrecha, taluzada interiormente, serie I (laminada en caliente)

Fuente: DIN 1025, hoja 1, octubre 1963

Según la tabla 1.2 de perfiles, le corresponde un perfil I N°36, con un módulo resistente $W_y = 114 \cdot \text{cm}^3$ y peso propio $Pp = 0,761 \cdot \text{kN/m}$

Es decir, se tienen un peso propio ligeramente superior al de la barra de sección circular, Por consiguiente, la barra de sección circular es tan poco conveniente a los esfuerzos de flexión simple como el perfil doble te (I) cargado en la posición más desfavorable ($m = x$).

3. Trazado de los diagramas de tensiones normales σ_z

Para cada uno de los casos se tienen los siguientes diagramas de tensiones σ_z :

3.1. Sección circular con $D = 11 \text{ cm}$ (Figura 1.5)

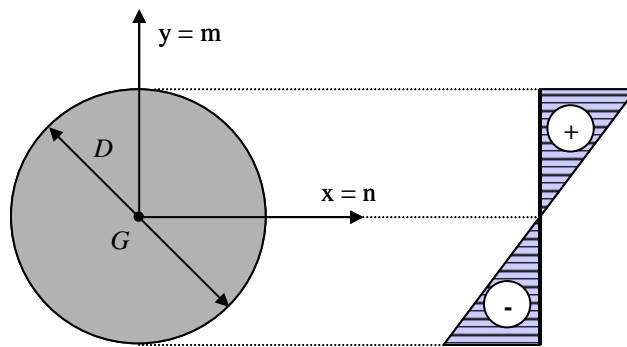


Figura 1.5

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = \frac{Mf_{xm\acute{a}x}}{W_x} = \frac{32 \cdot 1250}{\pi \cdot 11^3}$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = 9,566 \cdot \text{kN/cm}^2$$

3.2. Perfil doble te (I) N° 16 con $y = m$ (Figura 1.6)

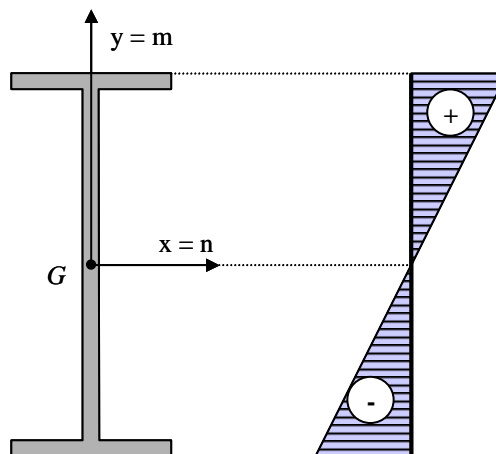
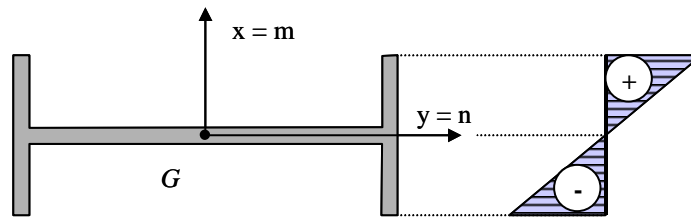


Figura 1.6

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = \frac{Mf_{xm\acute{a}x}}{W_x} = \frac{1250}{117}$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = 10,684 \cdot \text{kN/cm}^2$$

3.3. Perfil doble te (I) N° 36 con $x = m$ (Figura 1.7)*Figura 1.7*

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = \frac{M f_{ym\acute{a}x}}{W_y} = \frac{1250}{114}$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x} = 10,965 \cdot kN/cm^2$$